GUÍA DE EJERCICIOS # 6

MA – 1111

I.- Calcular la derivada de las siguientes funciones:

(1) $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x}$ (2) $f(x) = \left(4\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)\left(2x - \frac{6}{\sqrt[3]{x}}\right)$ (3) $f(x) = \frac{x^2-10x+2}{x(x^2-1)}$

(4) $f(x) = \frac{x^5}{(x^2+1)(x^3+4)}$ (5) $f(x) = (x^2 - 2x - 1)\left(\frac{x+1}{x+3}\right)$ (6) $f(x) = \frac{2+\text{sen}x}{x}$

(7) $f(x) = \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)$ (8) $f(x) = (x^2+1)(x^3-x)(3x^4+2x-1)$

(9) $f(x) = x^4 \text{sen}x \tan x$ (10) $f(x) = \frac{1+\sec x}{x\cos x}$ (11) $f(x) = \cos\left(\text{sen}\sqrt{\text{x}^3+1}\right)$

(12) $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$ (13) $f(x) = tan^3(5x + \text{sen}x)$ (14) $f(x) = \frac{3\text{sen}(2x)}{\cos^2 x + 1}$

(15) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}$ (16) $f(x) = (\text{sen}^2 x - x^2)^5$ (17) $f(x) = \tan\left(\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right)$

(18) $f(x) = (1 + (1 + (1 + x^3)^4)^5)^6$ (19) $f(x) = 3\text{sen}x\cos^3 x + \tan^2 x$

(20) $f(x) = \left[x^2 - \left(1 + \frac{1}{x}\right)^4\right]^2$ (21) $f(x) = \sec(\tan^2 x^4)$ (22) $f(x) = x^2 \cot\left(\frac{5}{x^3}\right)$

(23)$f(x) = \sqrt{x^2+1}\,\text{sen}^5\left(\cos\sqrt{x}\right)$ (24) $f(x) = \frac{1}{\cos(x - \cos x)}$ (25) $f(x) = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{x} + 1\right)^{-2} + 1}$

II.- Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de las siguientes funciones en el valor indicado de *x*:

(1) $f(x) = 3x^4 + 2x^3 - \frac{1}{x}$, en $x = -1$ (2) $f(x) = \left(\frac{x}{x+1}\right)^2$, en $x = -\frac{1}{2}$

(3) $f(x) = \tan 3x$, en $x = \frac{\pi}{4}$ (4) $f(x) = (\cos 4x - 1)^3$, en $x = \frac{\pi}{8}$

III.- Encuentre el o los puntos sobre la gráfica de $f(x) = \frac{x}{(x^2+1)^2}$ donde la recta tangente es horizontal.

IV.- Sean *f* y *g* funciones derivables tales que $f(2) = 3$, $f'(2) = -1$, $f'(5) = -4$, $g(2) = 5$ y $g'(2) = 2$.Hallar las siguientes derivadas:

(1) $(2f - g)'(2)$ (2) $(f \cdot f)'(2)$ (3) $\left(\frac{f}{f+g}\right)'(2)$ (4) $(f \circ g)'(2)$

(5) $h'(2)$, si *h* es la función $h(x) = \frac{x - 3f(x)}{1 + g(x)}$

(6) $F'(2)$, si *F* es la función $F(x) = \left(\frac{4}{x} + f(x)\right)g(x)$

V.- Para las siguientes funciones, hallar la derivada que se indica:

(1) $f(x) = x^3 + \cos(5x)$, $f^{(4)}(x)$ (2) $f(x) = \tan(x(x+6))$, $f''(x)$

(3) $f(x) = \frac{x^3}{1-x}$, $f'''(x)$ (4) $f(x) = \text{x sen } 3x$, $f'''(x)$

VI.- Si $y = f(x)$ está dada en forma implícita a través de las siguientes ecuaciones, hallar y':

(1) $x^2y^2 = x^2 + y^2$ (2) $\frac{x}{y^2} + \frac{y^2}{x} = 5$ (3) $(x^2 + y^2)^6 = x^3 - y^3$

(4) $x \text{ sen} y - y \cos x = 1$ (5) $\frac{x+y}{x-y} = x$ (6) $\cos(x+y) = y \text{ sen} x$

VII.- Si $y = f(x)$ está dada en forma implícita a través de las siguientes ecuaciones, hallar y'' en el punto indicado

(a) $x^2 + 3x + y^2 = 4y$, (0,0) (b) $y^2 + 2xy = 16$, (3,2)

(c) $x^3 - xy^2 + y^3 = 8$, (2,2) (d) $x + \cos(xy) = 1$, (0,1)

VIII.- Probar que no existen puntos sobre la gráfica de $x^3 + y^3 = 3xy - 1$ en donde la recta tangente sea horizontal.

IX.- Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva $x^2 + 4x + 12y - 8 = 0$ que es paralela a la recta de ecuación $3x + 9y - 11 = 0$.

X.- Para las siguientes funciones, hallar la derivada que se indica:

(1) $f(x) = \frac{2x+1}{x}$, $(f^{-1})'\left(\frac{5}{2}\right)$ (2) $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$, $(f^{-1})'(3)$

XI.- Sea f una función y f^{-1} su inversa. Si se sabe que $f(4) = 12$, $f(12) = 3$, $f'(4) = 2$ y $f'(12) = 5$, hallar $(f^{-1})'(12)$ y $(f^{-1})'(3)$.

XII.- Calcular la derivada de las siguientes funciones:

(1) $f(x) = \arctan\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)$; (2) $f(x) = \arccos\sqrt{1 - x^2}$; (3) $f(x) = \sqrt{\arctan x} - (\text{arcsen} x)^3$

(4) $f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)\text{arcsen}\sqrt{x}$; (5) $f(x) = \arctan\left(\frac{x \text{ sen}\alpha}{1-\cos x}\right)$; (6) $f(x) = \frac{\text{arcsen}(2x)}{\text{sen} x}$

XIII.- Si $y = f(x)$ está dada en forma implícita a través de las siguientes ecuaciones, hallar y':

(1) $\arctan(x + y) = x$ (2) $\text{arcsen}(y) - \arccos(x) = 1$

XIV.- Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva:

$$y^2 - 4xy + \text{arcsen}(xy) = 4,$$

en el punto (0,2).